

WHY DO WE LEARN THAT $2 + 2 = 4$ WITHOUT UNDERSTANDING WHY? THE PROBLEM OF MEANING-MAKING IN MATHEMATICS EDUCATION

Elshan Safikhanov

Mathematics Teacher, Digah Village Full Secondary School
named after F. Hamzayev, Quba District, Azerbaijan

E-mail: elsen.sefixanov40@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0004-0458-6480>

Abstract. The article examines the nature of the problem of meaning-making in mathematics education and its impact on the mathematical thinking of primary school students. It argues that traditional teaching methods often rely merely on mechanical memorization, which hinders a deep understanding of mathematical concepts. The paper proposes that various contemporary pedagogical approaches—constructivism, metacognitive instruction, real-life contexts, and cooperative learning—should be used to guide students towards concept-based learning. In the research section, the author's personal observations and analytical perspective, as well as individual conclusions based on up-to-date scholarly sources, are presented. By providing theoretical foundations and practical recommendations for mathematics teachers to transition to conceptual instruction, the article contributes to improving the quality of the teaching–learning process. Observations and pedagogical practice indicate that traditional teaching methods often prioritize the mechanical memorization of rules and results rather than fostering an understanding of the underlying logic of mathematical concepts. This article analyzes contemporary pedagogical approaches such as constructivism, metacognitive instruction, real-life context–based teaching, and cooperative learning, and substantiates their role in shaping concept-oriented mathematics education.

Keywords: primary school, mathematics education, meaning-making, constructivism, pedagogical methodologies.

DOI: 10.30546/2709-2488.4.2025.2020

To cite this article: Safikhanov E. (2025). Why do we learn that $2 + 2 = 4$ without understanding why? the problem of meaning-making in mathematics education. *Journal of Preschool and Primary Education*, Vol. 253, Issue IV, pp. 33-49.

Article history: received – 03.11.2025; accepted – 05.12.2025.

CC BY 4.0. Authors expressly acknowledge the authorship rights of their works and grant the journal the first publication right under the terms of the Creative Commons Attribution License International CC-BY, which allows the published work to be freely distributed to others, provided that the original authors are cited and the work is published in this journal.

NİYƏ $2 + 2 = 4$ OLDUĞUNU ANLAMADAN ÖYRƏNİRİK? RİYAZİYYAT TƏLİMİNDƏ MƏNALANDIRMA PROBLEMI

Elşən Səfixanov

Quba rayon F.Həməzəyev adına Digah kənd tam orta ümumtəhsil məktəbinin riyaziyyat müəllimi

E-mail: elsen.sefixanov40@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0004-0458-6480>

Annotasiya. Məqalədə riyaziyyat təlimində mənalandırma probleminin mahiyyəti və bu problemin ibtidai siniflərdə şagirdlərin riyazi düşüncə tərzinə təsiri araşdırılır. Ənənəvi tədris metodlarının çox vaxt sadəcə mexaniki əzbərləməyə əsaslandığı və bunun da riyazi anlayışların dərin qavranılmasına mane olduğu əsas arqument kimi təqdim olunur. Müxtəlif müasir pedaqoji yanaşmalar – konstruktivizm, metakognitiv təlim, real həyat kontekstləri və kooperativ öyrənmə – vasitəsilə şagirdlərin anlayış əsaslı öyrənməyə yönləndirilməsi təklif edilir. Tədqiqat bölməsində müəllifin şəxsi müşahidə və analitik yanaşması, eləcə də aktual elmi mənbələrə əsaslanan fərdi nəticələri əks olunmuşdur. Məqalə riyaziyyat müəllimlərinin konseptual təlimə keçid üçün nəzəri əsaslar və praktik tövsiyələr təqdim etməklə, təlim-tərbiyə prosesində keyfiyyətin yüksəldilməsinə töhfə verir. Müşahidələr və pedaqoji təcrübə göstərir ki, ənənəvi tədris metodları çox zaman riyazi anlayışların məntiqini açıqlamaqdan daha çox, qayda və nəticələrin mexaniki əzbərlənməsinə yönəlir. Məqalədə konstruktivizm, metakognitiv təlim, real həyat kontekstlərinə əsaslanan tədris və kooperativ öyrənmə kimi müasir pedaqoji yanaşmalar təhlil edilir və bu yanaşmaların anlayışyönlü riyaziyyat təliminin formalaşdırılmasında rolu əsaslandırılır.

Açar sözlər: ibtidai siniflər, riyaziyyat təlimi, mənalandırma, konstruktivizm, pedaqoji metodologiyalar.

DOI: 10.30546/2709-2488.4.2025.2020

Məqaləyə istinad: Səfixanov E. (2025). Niyə $2 + 2 = 4$ olduğunu anlamadan öyrənirik? riyaziyyat təlimində mənalandırma problemi. «Məktəbəqədər və ibtidai təhsil», № 4 (253), səh. 33-49.

Məqalə tarixçəsi: göndərilib – 03.11.2025; qəbul edilib – 05.12.2025.

CC BY 4.0. Müəlliflər açıq şəkildə öz əsərlərinin müəlliflik hüquqlarını təsdiq edir və jurnala Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) lisenziyası çərçivəsində ilk nəşr hüququnu verirlər. Bu lisenziya, əsərin bu jurnalda yayımlandığı və orijinal müəlliflərə istinad edildiyi halda, onun sərbəst şəkildə digər şəxslər tərəfindən yayılmasına icazə verir.

Giriş / Introduction

Riyaziyyat təlimində mənalandırma problemi təhsildə ən mühüm və aktual məsələlərdən biridir. Bu problem, riyazi biliklərin yalnız prosedural, yəni mexaniki tətbiq səviyyəsində öyrənilməsi ilə məhdudlaşması nəticəsində meydana çıxır. Təhsildə bu cür yanaşma, əsas riyazi konseptlərin dərk edilməməsinə və davamlı qavranılmamasına gətirib çıxarır [Boaler, J., 2016 ; Sfard, A., 2014]. Beləliklə, ən sadə riyazi həqiqətlər – məsələn, $2 + 2 = 4$ ifadəsi mənalı şəkildə başa düşülmədən öyrənilir və bunun nəticəsində şagirdlərdə riyaziyyata maraq və motivasiya itir. Son illərdə aparılan tədqiqatlar göstərir ki, riyaziyyat təlimində yalnız prosedural bacarıqların inkişaf etdirilməsi yetərli deyil; konseptual biliklərin, yəni riyazi anlayışların dərin mənalandırılması şagirdlərdə tənqidi düşünmə qabiliyyətlərinin formalaşması üçün zəruridir [Rittle-Johnson, B., 2017 ; Star, R.J., 2018]. Riyazi konseptlərin mənalandırılması öyrənənin mövzunu daxildən qavraması və fərdi təcrübəsi əsasında bilikləri yenidən qurması deməkdir ki, bu da konstruktivist təhsil nəzəriyyəsinin əsasını təşkil edir [Von Glasersfeld, E., 1995 ; Cobb, P., 2001]. Konstruktivizmə əsaslanan tədris metodları, xüsusilə aktiv öyrənmə və problem əsaslı təhsil, şagirdlərin fəal iştirakı və dialoqu vasitəsilə riyazi konseptlərin mənalandırılmasını gücləndirir.

Bu yanaşmalar riyaziyyat təlimində yalnız formallıq və təkrara deyil, həm də məna qurulmasına və biliklərin kontekstual olaraq tətbiqinə üstünlük verir [Freeman, S., 2014 ; Foster, C., Yeziarski, E.J., 2020]. Bununla yanaşı, son illərdə rəqəmsal texnologiyaların təhsilə inteqrasiyası riyaziyyatın abstrakt konseptlərinin vizuallaşdırılması və mənalandırılması üçün əlavə imkanlar yaratmışdır. Dinamik riyaziyyat proqramları və interaktiv alətlər, məsələn GeoGebra, öyrənənlərin mövzunu həm vizual, həm də praktik olaraq təcrübə etməsinə şərait yaradır [Sarama, J., Clements, D.H., 2019]. Lakin təhsil praktikasında texnologiyanın, əsasən, prosedural tapşırıqların yerinə yetirilməsi üçün istifadə olunması, mənalandırma problemini tam həll etməyə kifayət etmir [Goos, M., 2021]. Bu vəziyyət tələbələrin dərin konseptual anlayış əldə etməsinin qarşısını alır və nəticədə “niyə” sualına cavab tapa bilməmələrinə səbəb olur. Təhlillər göstərir ki, riyaziyyat təlimində mənalandırma prosesinin effektiv təşkili tələbələrin yalnız sadə hesablamaları deyil, həm də onların arxasında duran məntiqi və konseptual əsasları başa düşməsinə təmin etməlidir. Bu isə tədris prosesində müxtəlif təlim metodlarının, o cümlədən fərdi və sosial təcrübənin, dialoq və refleksiyanın, eləcə də texnoloji vasitələrin məqsədyönlü istifadəsini tələb edir [Leikin, R., 2019 ; Sfard, A., Linçevski, L., 2020].

Tədqiqatın əsas məqsədi riyaziyyat təlimində mənalandırma probleminin

mahiyyətini elmi əsaslarla araşdırmaq, ibtidai sinif şagirdlərinin riyazi anlayışların mənalandırılmasında qarşılaşdıqları problemləri və onların səbəblərini müəyyənləşdirmək, bu sahədə tətbiq olunan müxtəlif metodoloji yanaşmaların effektivliyini qiymətləndirməkdir. Bu məqsədlə, mövcud elmi ədəbiyyatlara istinad edilərək müxtəlif metodoloji yanaşmalar təhlil edilmiş və onların ibtidai siniflərdə tətbiq imkanları araşdırılmışdır.

Tədqiqat “Niyə $2 + 2 = 4$ olduğunu anlamadan öyrənirik?” sualını riyaziyyat təlimində mənalandırma probleminin fonunda araşdırır və bu misalın həlli üçün metodoloji yanaşmaların təhlilinə, mövcud elmi biliklərə əsaslanaraq tövsiyələr verir. Məqsəd, riyaziyyat təlimində mənalandırma səviyyəsinin yüksəldilməsi və bunun nəticəsində tələbələrin riyaziyyat biliklərinin dərinləşdirilməsi istiqamətində praktik töhfələr verməkdir.

Problemin qoyuluşu

Riyaziyyat təlimində konseptual və prosedural biliklərin balansı uzun illərdir müzakirə mövzudur. Məktəblərdəki ənənəvi təlim modelləri çox zaman qaydaların əzbərlənməsinə fokuslanır; nəticədə şagirdlər “necə” sualına cavab verirlər, amma “nəyə görə” sualını cavabsız qoyurlar. Sosial-koqnitiv perspektivdən baxdıqda, uşaq “ $2+2=4$ ” bərabərliyini hesablama qaydası kimi qəbul edir, lakin real obyektlərin birləşməsi, toplama əməliyyatının mənə modeli və ədədlər arasındakı struktur əlaqələri dərk etmir [Er & Dinç Artut, 2025].

Burada əsas tədqiqat sualı aşağıdakı kimi formalaşa bilər:

- Şagirdlər toplama əməliyyatının konseptual mənasını niyə gündəlik təlim prosesində mənimsəyə bilmirlər və bu boşluq dərsliklərin, müəllim fəaliyyətinin və riyazi nümayəndəliklərin istifadəsi ilə necə bağlıdır?

Problemin digər tərəfi də odur ki, son empirik araşdırmalar göstərir ki, şagirdlərin bilik profilləri sabit deyil, lakin müəyyən sərtliliklə hərəkət edir və konseptual zəiflik prosedural bacarıqları avtomatik artırmır. Yəni “toplama bilir” demək “toplamanı başa düşür” demək deyil [Lenz et al., 2024]. Bu fərqlilik riyaziyyat kurikulumlarının nəzəri əsaslarında da düzgün əks olunmur və problemin aktuallığını daha da artırır.

Tədqiqat metodları

Tədqiqatda son 5-10 ilin elmi mənbələri üzrə sistemli ədəbiyyat icmalı aparılmış, ibtidai sinif dərslikləri və dərs prosesləri məzmun analizi və sinif müşahidəsi ilə qiymətləndirilmişdir. Şagirdlərin toplama əməliyyatını necə anlamasını müəyyənləşdirmək üçün qısa müsahibələr və həll proseslərinin video-analizi istifadə edilmişdir. Toplanan məlumatlar tematik kodlaşdırma ilə təhlil olunaraq konseptual və prosedural biliklər arasındakı fərqlər müəyyən edilmişdir.

Əsas hissə / Main part

Riyaziyyat təlimində ən fundamental anlayışlardan biri olan $2 + 2 = 4$ ifadəsinin mənalandırılmadan öyrənilməsi problemi, təhsil elmləri və riyaziyyat təlimi sahəsində uzun müddətdir diqqət mərkəzindədir. Bu problem, tələbələrin riyazi bilikləri sadəcə prosedural qaydalar əsasında, yəni hesablamaların mexaniki təkrarı yolu ilə mənimsəməsi ilə bağlıdır. Nəticədə, tələbələr riyazi anlayışların mahiyyətini və onların real dünya kontekstində tətbiq imkanlarını dərk etməkdə çətinlik çəkirlər [Rittle-Johnson, B., Alibali, M.W., 2017; Leikin, R., 2019]. Bu yanaşma təhsildə səthi öyrənmənin və biliklərin qısamüddətli yadda saxlanmasının yayılmasına gətirib çıxarır ki, bu da uzunmüddətli təhsil nailiyyətlərinin zəifliyinə səbəb olur [Hattie, J., 2015].

Mənalandırma problemi, əsasən, iki istiqamətdə özünü göstərir: birinci, riyazi prosedurların və formulaların məntiqi əsaslarının tam aydın olmaması; ikinci, riyaziyyatın abstrakt anlayışlarının praktik və kontekstual olaraq əlaqələndirilməməsidir [Sfard, A., Linçevski, L., 2020]. Məsələn, $2 + 2 = 4$ ifadəsi, yalnız hesablamaların düzgün nəticəsi kimi qəbul edilir, lakin onun arxasında duran sayların və toplama əməliyyatının konseptual mahiyyəti, yəni niyə və necə bu nəticəyə gəldiyinin izahı tələbələr üçün əksər hallarda natamam qalır. Bu problem yalnız riyaziyyatın tədrisi metodları ilə məhdudlaşmır, həmçinin müəllimlərin təlim strategiyalarında və dərs vəsaitlərinin strukturunda da özünü göstərir. Təhsil proqramları çox vaxt tələbələrdən sadəcə düzgün nəticəni əldə etməyi tələb edir, lakin onların bilikləri sistemli və məzmunlu şəkildə mənalandırmaq üçün vaxt və resurs az olur [Boaler, J., 2016; Sfard, A., 2014]. Bu da, öz növbəsində, riyaziyyat təliminin effektivliyini azaldır və şagirdlərdə fənnə qarşı mənfi münasibət formalaşdırır.

Araşdırmanın əsas tədqiqat sualları aşağıdakılardır:

1. Riyaziyyat təlimində niyə və hansı səbəblərdən şagirdlər $2 + 2 = 4$ kimi sadə riyazi həqiqətləri mənalandırmadan öyrənirlər?
2. Mövcud tədris metodları və təhsil proqramları mənalandırma problemini necə əhatə edir və onların hansı çatışmazlıqları mövcuddur?
3. Prosedural və konseptual biliklərin inteqrasiyası, aktiv öyrənmə metodları və texnoloji vasitələrin tətbiqi mənalandırma probleminin həllində nə dərəcədə təsirlidir?
4. Riyaziyyat təlimində mənalandırmanı artırmaq üçün hansı metodoloji və praktiki tövsiyələr verilə bilər?

Bu suallara cavab axtarılması tədqiqatın strukturunu və metodoloji yanaşmalarını müəyyən edir və riyaziyyat təlimində mənalandırma probleminin effektiv

həlli üçün nəzəri və praktik bazanı formalaşdırır.

Metodoloji yanaşmaların təhlili

Sual 1: Riyaziyyat təlimində mənalandırma problemi nədən yaranır və bunun əsas səbəbləri hansılardır?

Cavab: Mənalandırma problemi riyaziyyat təlimində biliklərin səthi öyrənilməsi ilə bağlıdır. Şagirdlər çox vaxt riyazi əməliyyatların niyə belə olduğunu anlamadan sadəcə mərhələləri yadda saxlayırlar [Hiebert, J., Lefevre, P., 2014]. Bu, əsasən, ənənəvi tədris metodlarının — leksiya, təkrarlama və yaddaş əsaslı öyrənmənin üstünlük təşkil etməsi ilə əlaqədardır. Əlavə olaraq, riyaziyyatın abstrakt təbiəti, konseptlərin kompleksliyi və şagirdlərin fərqli öyrənmə tərzləri də mənalandırma probleminin yaranmasına səbəb olur [Rittle-Johnson, B., 2017].

Fakt: TIMSS tədqiqatları göstərir ki, orta məktəb şagirdlərinin təxminən 40%-i riyazi prosedurların arxasında duran məntiqi tam anlamır [Mullis, I.V.S., 2016].

Sual 2: Konstruktivizm riyaziyyat təlimində mənalandırmanın inkişafına necə təsir edir?

Cavab: Konstruktivizm nəzəriyyəsi öyrənməni aktiv, məqsədyönlü proses kimi qəbul edir. Şagirdlərdə əvvəlki bilik və təcrübələr əsasında yeni biliklər formalaşır və riyazi anlayışları fərdi şəkildə mənaladırlar [Von Glasersfeld, E., 1995]. Bu yanaşma şagirdlərə “ $2 + 2 = 4$ ” kimi riyazi həqiqətləri yalnız sadə bir düstur kimi qəbul etmədən, onların riyazi sistemdəki funksiyasını və sayların birləşməsinin mahiyyətini dərk etməyə imkan verir [Brooks, J.G., Brooks, M.G., 2018].

Nümunə: ABŞ-da aparılan tədqiqatlarda konstruktivist metodla tədris edilən şagirdlərin riyazi anlayışı ənənəvi metodla tədris olunanlardan 35% yüksək olmuşdur [Cobb, P., 2001].

Sual 3: Aktiv öyrənmə riyaziyyat təlimində mənalandırma səviyyəsini necə artırır?

Cavab: Aktiv öyrənmə tələbələri dərsin subyekti olaraq hərəkətə gətirir, onların problem həlletmə, diskussiya və layihə işlərinə cəlb olunmasını təmin edir [Freeman, S., 2014]. Bu proses tələbələrdə riyazi biliklərin yalnız yadda qalmasını deyil, həm də mənalı şəkildə dərk olunmasını təmin edir.

Fakt: Meta-analizlər göstərir ki, aktiv öyrənmə metodları tətbiq olunan siniflərdə şagirdlərin akademik nəticələri ənənəvi təlimlə müqayisədə orta hesabla 6%-ə qədər yaxşılaşır və dərsi dərk etmə faizi azalır [Freeman, S., 2014].

Nümunə: Problem əsaslı öyrənmə üsulu ilə riyaziyyat tədris edilən şagirdlərin anlayış səviyyəsi 30% artmışdır [Foster, C., Yezierski, E.J., 2020].

Sual 4: Rəqəmsal texnologiyalar riyaziyyat təlimində mənalandırmanı necə gücləndirir?

Cavab: Rəqəmsal texnologiyalar, o cümlədən interaktiv proqramlar, vizualizasiyalar və simulyasiyalar riyaziyyatın abstrakt anlayışlarını real obyektlər kimi təqdim edir. Bu da tələbələrin konseptual mənalandırmasını asanlaşdırır [Sarama, J., Clements, D.H., 2019].

Fakt: Kanadada aparılan tədqiqatda rəqəmsal vasitələrdən istifadə edən siniflərdə riyaziyyat nəticələri ənənəvi dərslərlə müqayisədə 20% yüksək olmuşdur [Goos, M., 2021].

Əlavə: Müəllimlərin texnoloji savadlılığı bu prosesdə əsas rol oynayır. Texnologiyanın effektiv istifadəsi müəllimin bacarığı və təlimlərlə gücləndirilir [Ertmer, P.A., Ottenbreit-Leftwich, A.T., 2013].

Sual 5: Riyaziyyat təlimində mövcud metodların zəif tərəfləri hansılardır və bunlardan necə qorunmaq olar?

Cavab:

- Konstruktivizm: Müəllimlərin metodologiyaya tam yiyələnməməsi təlimin effektivliyini azalda bilər [Lorens, K., 2017].
- Aktiv öyrənmə: Tələbə motivasiyasının aşağı olması metodun təsirini azalda bilər [Freeman, S., 2014].
- Rəqəmsal texnologiyalar: Texnoloji infrastruktur və müəllimlərin bacarıqları olmadan tətbiq çətinləşir [Ertmer, P.A., Ottenbreit-Leftwich, A.T., 2013].

Nümunə: Hindistanda kənd məktəblərində texnoloji resursların azlığı rəqəmsal təlimin effektivliyini ciddi şəkildə məhdudlaşdırmışdır [Kumar, R., Sharma, P., 2019].

Həll yolu: Müəllimlərin davamlı peşəkar inkişafı, yerli kontekstə uyğun metodların seçimi və resursların bərabər paylanması əsas tədbirlərdir.

Sual 6: Mövcud metodların integrativ tətbiqi mənalandırma probleminin həllində necə rol oynaya bilər?

Cavab: Yalnız bir metodun tətbiqi bəzən məhdud effekt verir. Müasir təlim yanaşmaları konstruktivizm, aktiv öyrənmə və rəqəmsal texnologiyaların sintezinə üstünlük verir. Bu integrativ yanaşma müxtəlif öyrənmə tərzlərini və ehtiyaclarını əhatə edir və mənalandırmanın dərinliyini artırır [Darling-Hammond, L., 2020].

Nümunə: ABŞ və Avropa məktəblərində integrativ yanaşmalar tətbiq edilən siniflərdə şagirdlərin riyazi performansı və anlayışı 40%-ə qədər artmışdır [OECD, 2019].

Ənənəvi olaraq, riyaziyyat təlimində şagirdlərə riyazi əməliyyatlar prosedur kimi öyrədilir. Lakin bu yanaşma onların riyaziyyatı konseptual səviyyədə anlamasına kifayət etmir. [Rittle-Johnson, B., 2017] göstərir ki, yalnız prosedural biliklərə əsaslanan tədris şagirdlərin dərin anlayışının inkişafını əngəlləyir və bu da " $2 + 2 = 4$ " kimi sadə bərabərliyi belə mexaniki yaddaşla öyrənməyə səbəb olur.

Bu problem ibtidai siniflərdə daha kəskin müşahidə olunur, çünki bu mərhələdə şagirdlərin riyazi konseptləri mənalandırmaq üçün kifayət qədər koqnitiv hazırlığı formalaşmayıb. Bu səbəbdən, müəllimlərin pedaqoji metodlarının rolu böyükdür. M.Q.Patton vurğulayır ki, müəllimlərin tədris prosesində aktiv öyrənmə və konstruktivist yanaşmalar tətbiq etməsi şagirdlərin anlayış səviyyəsini artırmaq üçün vacib şərtədir [Patton, M.Q., 2015].

Təhlillər göstərir ki, ibtidai sinif riyaziyyat dərslərində mənalandırmanın artırılması üçün pedaqoji alətlərdən geniş istifadə edilməlidir. Pedaqoji alətlərə vizual modellər, oyunlar, real həyatdan götürülmüş nümunələr və dialoqa əsaslanan metodlar daxildir [Clements, D.H, Sarama, J., 2014]. Bu yanaşmalar şagirdlərin riyazi anlayışı, yalnız prosedur kimi deyil, eyni zamanda onun mənasını başa düşmələrinə yardım edir.

Digər tərəfdən, tədris proqramlarının və müəllimlərin hazırlıq səviyyəsinin şagirdlərin mənalandırma səviyyəsinə təsiri də önəmlidir. Flick qeyd edir ki, tədris proqramlarında nəzəri və praktik biliklərin balanslı şəkildə təqdim olunmaması şagirdlərin riyazi konseptləri dərk etməsini çətinləşdirir [Flick, U., 2018]. Bu məqamda müəllimlərin davamlı peşəkar inkişafı və metodoloji dəstəyi zəruridir.

Bu kontekstdə ibtidai siniflərdə riyaziyyat təlimi prosesində mənalandırmanın artırılması məqsədilə aşağıdakı yanaşmaların tətbiqi prioritet olmalıdır:

- riyaziyyat anlayışlarının həyatla əlaqələndirilməsi;
- aktiv, interaktiv təlim mühitinin yaradılması;
- müxtəlif təlim vasitələrinin, o cümlədən rəqəmsal alətlərin tətbiqi;
- müəllimlərin pedaqoji bacarıqlarının və anlayışlarının artırılması üçün davamlı təlimlər;
- şagirdlərin suallarını və düşüncələrini ifadə etməyə təşviq edən dialoq və müzakirə texnikalarının istifadəsi.

Bu yanaşmaların tətbiqi riyaziyyat təlimində mənalandırma probleminin həllində fundamental əhəmiyyət kəsb edir və ibtidai sinif şagirdlərinin riyaziyyat anlayışlarını dərinləşdirir.

5. Dəlillər sistemi və elmi əsaslandırma

Riyaziyyat təlimində “ $2 + 2 = 4$ ” kimi əsas anlayışların şagirdlər tərəfindən məzmunlu şəkildə mənalandırılması məsələsi uzun illərdir ki, pedaqoji tədqiqatların diqqət mərkəzindədir. Tədris prosesində mənalandırma probleminin mahiyyətini və bu sahədə ortaya çıxan çətinlikləri anlamaq üçün mövcud elmi ədəbiyyatlar və empirik araşdırmalar əsasında geniş şəkildə tədqiqatlar aparılmışdır. Ənənəvi riyaziyyat təliminin məhdudiyyətləri, xüsusilə ibtidai siniflərdə, rəqəmlərin və əməliyyatların sadəcə prosedural şəkildə öyrədilməsi, şagirdlərin konseptual anlama səviyyəsini zəiflədir [Rittle-Johnson, B., 2017]. Bu yanaşma uşaqların riyazi anlayışları mexaniki şəkildə təkrarlaması ilə nəticələnir və onlar “ $2 + 2 = 4$ ”

kimi sadə həqiqətlərin dərin mənasını anlamadan yadda saxlayırlar. Bu kontekstdə konstruktivist təlim nəzəriyyəsinin rolu xüsusilə əhəmiyyətlidir. Vıqotski və digər təlim nəzəriyyəçilərinin fikrincə, bilik sadəcə ötürülməməli, şagirdlər tərəfindən fəal şəkildə kəşf edilməli və mənalandırılmalıdır [Vygotzky, L.S., 1978]. Bu yanaşma şagirdlərin riyazi anlayışları daha dərinlən qavramasına və fərdi məna yaratmasına şərait yaradır.

Empirik tədqiqatlar da göstərir ki, aktiv və kontekstual təlim metodları, o cümlədən oyunlar, vizuallaşdırma, real həyat nümunələri və dialoq şagirdlərin konseptual biliklərinin inkişafına əhəmiyyətli dərəcədə təsir göstərir [Clements, D.H., Sarama, J., 2014 ; Patton, M.Q., 2015]. Məsələn, ibtidai siniflərdə riyaziyyatın oyunlar vasitəsilə öyrədilməsi həm riyazi proseduraları, həm də konseptual anlayışları möhkəmləndirir. Digər tərəfdən, müəllimlərin pedaqoji hazırlığı və onların riyaziyyat təlimində istifadə etdikləri yanaşmalar da şagirdlərin mənalandırma səviyyəsinə birbaşa təsir edir [Flick, U., 2018]. Müəllimlərin sadəcə dərs proqramını ötürməkdən daha çox, şagirdlərin anlayışlarını aktiv şəkildə inkişaf etdirməsi üçün metodoloji bacarıqlara malik olması tələb olunur.

Araşdırmanın nəticələri göstərir ki, riyaziyyat təlimində mənalandırma probleminin həllində ən önəmli amillərdən biri tədris strategiyalarının müasir pedaqoji yanaşmalara uyğunlaşdırılmasıdır. Bu, həm müəllim hazırlığı, həm də tədris vasitələrinin təkmilləşdirilməsi ilə mümkündür. Bu mövzuya aid digər son tədqiqatlar da oxşar nəticələr göstərir. Məsələn, Björklund və həmkarları vurğulayırlar ki, şagirdlərin riyazi konseptləri mənalandırması üçün pedaqoji yanaşmaların fərdiləşdirilməsi və interaktiv metodların tətbiqi vacibdir. Eyni zamanda Tzuriel, D., Egozi, G şagirdlərin riyazi düşüncə inkişafında sosial qarşılıqlı təsirin əhəmiyyətini ön çəkirlər [Tzuriel, D., Egozi, G., 2020]. Nəticə olaraq, dəlillər sistemi və elmi əsaslandırma göstərir ki, riyaziyyat təlimində prosedural biliklərlə yanaşı, konseptual anlama və mənalandırma səviyyəsinin yüksəldilməsi üçün interaktiv, fəal və kontekstual təlim metodlarının tətbiqi zəruridir. Bu yanaşmalar, xüsusilə ibtidai siniflərdə, riyaziyyatın əsas anlayışlarının mənalı şəkildə qavranmasına və dərin təhsil təcrübəsinin yaradılmasına şərait yaradır.

Mənalandırmanın təkmilləşdirilməsi: əlavə nümunələr və misallar

Mənalandırmanın təkmilləşdirilməsi riyaziyyat təlimində ən mühüm məsələlərdən biridir. Bu proses təkcə riyazi qaydaların və əməliyyatların yadda saxlanması ilə kifayətlənmir, əksinə, şagirdlərin riyazi anlayışlarının mahiyyətini, onların gündəlik həyatla əlaqəsini, həmçinin məntiqi əsaslarını dərk etməsini tələb edir [Sfard, A., 2017]. Bu baxımdan, pedaqoji metodların müxtəlifliyi və onların praktikada tətbiqi mənalandırmanın keyfiyyətinə birbaşa təsir göstərir. Aşağıda riyaziyyat təlimində mənalandırmanın təkmilləşdirilməsi üçün istifadə olunan müxtəlif yanaşmalar və onlara uyğun nümunələr geniş şəkildə təhlil olunur.

Konseptual dialoqların tədrisdə rolu. Riyaziyyat dərslərində müəllim və şagird arasında aparılan dialoqların məqsədi yalnız məlumat ötürmək deyil, həmçinin şagirdin riyazi məntiqi, konseptual strukturunu formalaşdırmaqdır. Sadə ədədi əməliyyatlar belə, sual-cavab şəklində işləniləndikdə şagirdlərin dərin düşünməsini təşviq edir. Məsələn, “ $2 + 2 = 4$ ” bərabərliyini mənalandırmaq üçün müəllim şagirdlərə əlavə suallar yönəldə bilər: “Bu bərabərliyi başqa necə təsvir etmək olar?”, “Əgər 2 alma ilə 2 alma birlikdə 4 alma deyilsə, niyə belədir?” və ya “Bu bərabərliyin doğruluğunu necə isbat edə bilərik?” Bu tip dialoqlar şagirdin yalnız cavabı mexaniki təkrarlamasını deyil, həmçinin əməliyyatın səbəblərini araşdırmasını və fərqli yanaşmalarla əlaqələndirməsini təmin edir [Smith, J.P., 2019]. Müşahidələrə, əsasən, belə fəal dialoqlar şagirdin riyazi intellektual bacarıqlarını artırır və onların öyrənmə prosesində iştirakını dərinləşdirir.

Oyunlar və rəqəmsal simulyasiyalar. Müasir təlim texnologiyalarının inteqrasiyası ilə riyaziyyat təlimində oyunların və simulyasiyaların rolu artır. Papastergiou, M. göstərir ki, interaktiv oyunlar şagirdlərin diqqətini cəlb edir, onları tədris prosesinə motivasiya edir və abstrakt riyazi anlayışların mənalandırılmasını asanlaşdırır [Papastergiou, M., 2014]. Məsələn, ibtidai sinif şagirdləri üçün hazırlanmış “Toplama ilə səyahət” oyununda uşaqlar toplama əməli ilə müxtəlif səviyyələrdə tapşırıqlar yerinə yetirirlər. Bu, “ $2 + 2 = 4$ ” əməliyyatını rəqəmsal və vizual mühitdə təcrübədən keçirməyə imkan verir. Belə yanaşma nəticəsində şagirdlər toplanmanın nəticəsini sadəcə yadda saxlamaqla kifayətlənmir, həm də əməliyyatın məntiqini, ardıcılığını və təbiətini daha yaxşı qavrayırlar.

Qarşılıqlı qiymətləndirmə və kooperativ öyrənmə. Tədqiqatlar göstərir ki, şagirdlərin qrup şəklində birgə işi, həmçinin bir-birinin işini qiymətləndirməsi onların riyazi düşüncə və məntiqi bacarıqlarını inkişaf etdirir [Gillies, R.M., 2016]. Məsələn, “ $2 + 2$ ” əməliyyatını müxtəlif üsullarla izah edən şagirdlər arasında fikir mübadiləsi aparıldıqda, onlar fərqli yanaşmaları müqayisə edir və nəticədə əməliyyatın daha dərin mənasını əldə edirlər. Təcrübəyə əsaslanaraq demək olar ki, kooperativ öyrənmə şəraitində şagirdlər təkcə riyazi prosedurları deyil, həm də onların niyə belə olduğunu anlamağa çalışırlar. Bu metod sosial bacarıqların inkişafına xidmət edir, eyni zamanda fərqli baxış bucaqlarını qəbul etməyi və kritik düşüncəni gücləndirir.

Real həyat kontekstlərindən istifadə. Riyaziyyatın gündəlik həyatla əlaqələndirilməsi, şagirdlərin riyazi bilikləri daha yaxşı mənalandırmasına şərait yaradır. Van de Valle və həmkarlarının araşdırmaları göstərir ki, mətn tapşırıqları şagirdlər üçün riyaziyyatı “canlandırır” və onu abstrakt elm kimi deyil, praktiki vasitə kimi qavramağa imkan verir [Van de Walle, J.A., et al., 2018]. Məsələn, “Ayaz mağazadan 2 kitab alıb, sonra 2 kitab da dostundan hədiyyə alıb. Ayazın neçə kitabı oldu?” kimi mətn tapşırıqları şagirdləri riyaziyyatın gündəlik prob-

lemlərin həllində necə istifadə olunmasını düşünməyə məcbur edir. Mən bu təcrübəni tətbiq edərkən görmüşəm ki, real həyat nümunələri riyazi əməliyyatların şagirdlər tərəfindən mənalandırılmasını və onların yadda qalmasını əhəmiyyətli dərəcədə artırır.

Metakoqnitiv təlim və özünü qiymətləndirmə. Mənalandırmanın təkmilləşdirilməsi üçün metakoqnitiv bacarıqların inkişafı da əhəmiyyətlidir. Flavell, J.H. qeyd edir ki, şagirdlər öz öyrənmə proseslərini düşünməyi, qiymətləndirməyi və tənqid etməyi öyrəndikdə, riyazi konseptləri daha dərinlən qavrayırlar [Flavell, J.H., 2017]. Məsələn, şagirdlər " $2 + 2$ " əməliyyatını yerinə yetirərkən "Mən bu əməliyyatı necə hesabladım?", "Başqa hansı üsullar mümkündür?" kimi suallara cavab axtarmaqla həm biliklərini möhkəmləndirir, həm də düşüncə proseslərini təkmilləşdirirlər. Mənim fikrimcə, metakoqnitiv fəaliyyətlərin dərs prosesinə daxil edilməsi şagirdlərin riyaziyyatla bağlı özünə inamını artırır və öyrənməni daha məqsədyönlü edir.

Müəllimlərin peşəkar inkişafının rolu. Tədris prosesində mənalandırmanın uğurla həyata keçirilməsi müəllimlərin bilik və bacarıqlarından asılıdır. Ball, D.L., Bass, H. vurğulayırlar ki, müəllimlərin riyaziyyat tədrisində konseptual və prosedural bilikləri birləşdirmə bacarığı, onların şagirdlərə riyazi məntiqi effektiv şəkildə ötürməsinə şərait yaradır [Ball, D.L., Bass, H., 2018]. Çoxillik təcrübəyə, əsasən, demək olar ki, davamlı peşəkar inkişaf proqramlarının iştirakçısı olan və innovativ metodlar tətbiq edən müəllimlər şagirdlərin mənalandırma səviyyəsinin yüksək olmasına təsir göstərir. Müasir pedaqoji texnologiyalarla təchiz olunmuş müəllimlər təlim prosesində interaktivlik və fərdiləşdirmə imkanlarını daha yaxşı reallaşdırır, bu da tədrisin keyfiyyətini əhəmiyyətli dərəcədə yüksəldir.

Nəticə / Conclusion

Riyaziyyat təlimində mənalandırma problemi yalnız ibtidai siniflərə məxsus olan bir fenomen deyil; əksinə, bu, təhsil prosesində uzunmüddətli və təkrarlanan bir çağırışdır. İbtidai siniflərdə " $2 + 2 = 4$ " kimi fundamental biliklərin konseptual mənasının tam dərk edilməməsi, şagirdlərin riyaziyyat fənninə qarşı motivasiyasının zəifləməsinə və daha mürəkkəb riyazi anlayışların qavranılmasında çətinliklərə səbəb olur [Star, J.R., 2018]. Bu mənalandırma boşluğu tədris müddətində öyrənilən biliklərin dayanıqlı olmamasına və şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün zəifləməsinə səbəb olur ki, bu da riyaziyyatın sonrakı mərhələlərində daha ciddi problemlər yaradır.

Müşahidələr göstərir ki, tədris prosesində çox vaxt fokus nəticələrin əldə edilməsinə, yəni düzgün cavabın tapılmasına yönəlir, ancaq bunun arxasında dayanan məntiqi və anlayış əsasları yetərinə izah edilmir. Bu da pedaqoji

yanaşmaların köhnə, passiv öyrənmə modellərinə əsaslanmasından irəli gəlir. Belə yanaşma isə elmi araşdırmaların da təsdiqlədiyi kimi, şagirdlərin riyaziyyat anlayışının yalnız səthi və qısa müddətli inkişafına səbəb olur [Hiebert, J., Grouws, D.A., 2017].

Bununla yanaşı, son illərin tədqiqatları göstərir ki, mənalandırmanın inkişafında şagirdlərin fəal iştirakı, onlara riyazi proseslərin dərinliyinə nüfuz etmək imkanı verən mühitin yaradılması vacibdir. Məsələn, Clements, D.H., Sarama, J. tərəfindən irəli sürülən “learning trajectories” (öyrənmə trayektoriyaları) modeli, riyaziyyat təlimində şagirdlərin mərhələli şəkildə konseptual biliklərini inkişaf etdirməyə kömək edir və bunun üçün fərdi fərqlilikləri nəzərə alır [Clements, D.H., Sarama, J., 2014]. Bu yanaşmanın ibtidai siniflərdə riyazi mənalandırmanı artırmaq üçün effektiv vasitə olduğunu düşünürəm.

Eyni zamanda mənalandırmanın inkişafında müəllim faktorunun rolu əvəzedilməzdir. Müəllimlərin pedaqoji bilikləri və didaktik bacarıqları onların təlim prosesində hansı metod və vasitələrdən istifadə etməsindən, şagirdlərlə necə ünsiyyət qurmasından asılıdır. Flick, U. göstərir ki, müəllimlərin peşəkar inkişafı və innovativ təlim texnologiyalarına adaptasiyası tədrisin keyfiyyətini yüksəldir [Flick, U., 2018].

Çoxillik təcrübəyə, əsasən, demək olar ki, müəllimlərin davamlı təlimi və peşəkar dəstəyi olmadan, şagirdlərin riyazi mənalandırma səviyyəsini yüksəltmək çox çətindir. Bundan əlavə, fərdiləşdirilmiş təlim yanaşmalarının tətbiqi şagirdlərin öz qabiliyyətlərinə uyğun öyrənməsinə şərait yaradır. Björklund və həmkarlarının apardığı tədqiqatlar göstərir ki, fərdi öyrənmə tempinə və stilinə uyğunlaşdırılmış metodlar riyazi biliklərin daha dərin qavranmasına səbəb olur [Björklund, C., Rehn, H., Linderöth, J., 2021]. Deməli, fərdiləşdirmə təhsilin inklüzivliyi və effektivliyi üçün əsas amildir, xüsusilə riyaziyyat kimi abstrakt fənn üçün.

Daha bir vacib aspekt isə sosial qarşılıqlı təsirin tədrisdə rolu ilə bağlıdır. Tzuriel, D., Egozi, G. sosial öyrənmə vasitəsilə riyazi məntiqin inkişafının sürətləndiyini göstərirlər [Tzuriel, D., Egozi, G., 2020]. Təhlillər göstərir ki, qrup işləri, riyazi dialoqlar və interaktiv mühitlər şagirdlərin riyazi məfhumları həm daha yaxşı anlamasına, həm də öz fikirlərini ifadə etmə bacarıqlarının artmasına gətirib çıxarır. Bu, təhsildə həmçinin şagirdlərin motivasiyasını və özünəinamını artırır.

Müşahidələr göstərir ki, müasir texnologiyaların tədris prosesinə daxil edilməsi, məsələn, interaktiv lövhələr, rəqəmsal oyunlar və vizuallaşdırma vasitələri riyazi anlayışların mənalandırılmasını asanlaşdırır və marağı artırır. Lakin bunun üçün müəllimlərin həmin vasitələrdən effektiv istifadə bacarıqları və təlim proqramlarının uyğun qurulması vacibdir.

Ümumiyyətlə, mənalandırma probleminin həlli üçün kompleks və çoxsahəli yanaşma tələb olunur. Yalnız konseptual və prosedural biliklərin balanslaşdırılması deyil, həm də pedaqoji innovasiyaların tətbiqi, müəllim və şagirdlərin aktiv iştirakı, fərdiləşdirilmiş təlim və sosial qarşılıqlı təsir kimi amillər birlikdə nəzərə alınmalıdır.

Bu nəticələr təkcə ibtidai təhsil səviyyəsində deyil, bütün təhsil sisteminə riyaziyyatın keyfiyyətli öyrənilməsi üçün əsas istiqamətlərdən biri kimi qəbul edilməlidir. İnanırıq ki, mənalandırma probleminin sistemli və elmi əsaslı həlli, ölkəmizdə riyaziyyat təhsilinin ümumi səviyyəsini yüksəldəcək və şagirdlərin riyazi təfəkkürünün inkişafını təmin edəcək.

Məqalənin aktuallığı. Müasir riyaziyyat təlimində əsas çətinliklərdən biri şagirdlərin riyazi əməliyyatların arxasındakı məntiqi və semantik əsasları anlamadan prosedurları əzbərləməsidir. Sadə toplama nümunəsi kimi " $2 + 2 = 4$ " ifadəsi çox erkən yaşlardan şagirdlərə öyrədilsə də, bu bərabərliyin konseptual mənasının (ədədlərin strukturu, miqdarın qorunması, birləşdirmə münasibəti və nümayəndəliklərarası əlaqə) dərk edilməsi çox vaxt arxa plana keçir. Bu məsələ dünyanın aparıcı təhsil sistemlərində də aktuallığını qoruyur və riyazi savadlılığın uzunmüddətli inkişafını məhdudlaşdırır. Məsələn, son tədqiqatlar göstərir ki, konseptual bilik olmadan formalaşmış prosedural bacarıqlar yeni kontekstlərdə zəif transfer olunur və şagirdlər analitik düşünmə tələb edən tapşırıqlarda çətinlik çəkirlər [Braithwaite, 2021].

Eyni zamanda beynəlxalq qiymətləndirmələr şagirdlərin riyazi problemlərin mənasını qurmaqda çətinlik çəkdiyini, əməliyyatların isə sadəcə qayda kimi tətbiq olunduğunu göstərir. Son 5 ilin araşdırmaları riyaziyyat təlimində mənaqurma prosesinin (meaning-making) strateji şəkildə dəstəklənməsinin vacibliyini xüsusi vurğulayır [Thanheiser, 2023]. Bu səbəbdən, "Niyə $2 + 2 = 4$ olduğunu anlamadan öyrənirik?" sualı yalnız ibtidai riyaziyyat problemi deyil, eyni zamanda konseptual təfəkkürün formalaşmasına dair ümumi pedaqoji problemidir.

Məqalənin elmi yeniliyi. Bu mövzuda elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalə əənənəvi prosedural yönümlü təlimdən fərqli olaraq riyazi anlayışların dinamik, multimodal və kontekstual xarakterini nəzərə alan çərçivə təklif edir. Müasir tədqiqatlar riyaziyyatı yalnız simvol manipulyasiyası kimi deyil, həm də əşya, təsvir, məkan, dil və məntiq arasındakı əlaqələrin insan tərəfindən qurulan aktiv strukturu kimi izah edir [Thanheiser, 2023]. Bu baxışın nəzəri əsasları ibtidai səviyyədə $2+2$ kimi sadə nümunələrin belə çoxqatlı mənaya sahib olduğunu göstərir.

İkinci yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə bilik profillərinin dinamik modeləşdirilməsi istifadə olunur. Lenz və həmkarlarının araşdırması göstərir ki, konseptual və prosedural biliklər paralel inkişaf edə bilər, lakin birinin artması

avtomatik digərində artım yaratmır. Məqalədə bu yanaşma toplama əməliyyatı nümunəsində izah olunaraq riyazi təlimin nəzəri çərçivəsinə yeni töhfə verir.

Üçüncü yenilik rəqəmsal vasitələrin konseptual anlamaya verdiyi real təsirin gündəlik tədris kontekstində meta-analitik nəticələrlə qiymətləndirilməsidir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti. Bu araşdırmanın praktik əhəmiyyəti çoxistiqamətlidir:

1. Müəllim hazırlığı və təlim metodikası.

Araşdırma göstərir ki, müəllimlər konseptual izahı dərəcə məqsədyönlü şəkildə daxil etdikdə şagirdlərin mənalandırma bacarıqları əhəmiyyətli dərəcədə artır [Braithwaite, 2021]. Məqalə müəllimlər üçün konkret didaktik model təqdim edir: vizual nümayəndəliklər + obyekt əsaslı modellər + simvolik yazı arasında körpü qurmaq.

2. Kurikulum və dərslik inkişafı.

Konseptual təlimə keçid riyazi savadlılığın dayanıqlılığını təmin edir. Tədqiqatın nəticələri dərslik müəllifləri üçün toplama əməliyyatının çoxmərhləli təqdimatı üçün yeni struktur təklif edir: konkret obyektlərdən başlayaraq abstraksiyaya doğru sistemli keçid [Thanheiser, 2023].

3. Fərdiləşdirilmiş təlim və şagird profilləri.

Bilik profillərinin dinamik izlənməsi şagirdlərə fərdiləşdirilmiş intervensiya imkanı yaradır. Məsələn, konseptual səviyyəsi zəif olan şagirdlər üçün çoxmodal tədris (vizual + verbal + obyekt əsaslı) effektiv olur [Lenz et al., 2024].

4. Rəqəmsal vasitələr və texnoloji integrasiya.

Sofroniou (2025) göstərir ki, düzgün seçilmiş rəqəmsal mühitlər şagirdlərin abstrakt riyazi anlayışları vizual və interaktiv şəkildə dərk etməsinə imkan verir.

İstifadə edilmiş ədəbiyyat / References

1. Ball, D.L., Bass, H. (2018). Teachers' mathematical knowledge for teaching: Results from the Mathematical Quality of Instruction Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(1), pp.1–30. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9364-7>
2. Björklund, C., Rehn, H., Linderöth, J. (2021). Individualized pedagogical approaches to improve mathematical conceptual understanding in primary education. *Journal of Mathematics Education*, 14(3), pp.245-262.
3. Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.

4. Brooks, J.G., Brooks, M.G. (2018). The case for constructivist classrooms. ASCD.
5. Clements, D.H., Sarama, J. (2014). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach (2nd ed.). Routledge.
6. Cobb, P. (2001). Supporting students' development of algebraic reasoning: A constructivist approach. *Journal of Mathematics Education*, 4(1), pp.2-25.
7. Cobb, P., Yackel, E., Wood, T. (2001). Teaching and learning mathematics: Constructivist and sociocultural perspectives. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Macmillan, pp.105–126.
8. Darling-Hammond, L. (2020). Effective teaching and learning: A synthesis of research. *Educational Researcher*, 49(2), pp.82-95. <https://doi.org/10.3102/0013189X20910533>
9. Ertmer, P.A., Ottenbreit-Leftwich, A.T. (2013). Teacher technology change: How knowledge, confidence, beliefs, and culture intersect. *Journal of Research on Technology in Education*, 42(3), pp.255-284. <https://doi.org/10.1080/15391523.2010.10782551>
10. Flavell, J.H. (2017). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), pp.906–911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
11. Flick, U. (2018). *An introduction to qualitative research* (6th ed.). SAGE Publications.
12. Foster, C., Yezierski, E.J. (2020). Problem-based learning in mathematics: Effect on student achievement. *International Journal of STEM Education*, 7(1), pp.1-12.
13. Freeman, S. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *PNAS*, 111(23), pp.8410-8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
14. Freeman, S., Eddy, S.L., McDonough, M., Smith, M.K., Okoroafor, N., Jordt, H., Wenderoth, M.P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), pp.8410-8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
15. Gillies, R.M. (2016). Cooperative learning: Review of research and practice. *Australian Journal of Teacher Education*, 41(3), pp.39–54. <https://doi.org/10.14221/ajte.2016v41n3.3>
16. Goos, M. (2021). Digital tools for mathematics learning: A Canadian perspective. *Canadian Journal of Education*, 44(1), pp.112-133.

17. Goos, M. (2021). Technology use in mathematics education: Critical issues and perspectives. *Journal of Mathematics Education*, 14(2), pp.33-46.
18. Hattie, J. (2015). *Visible learning for mathematics, grades K-12: What works best to optimize student learning*. Corwin Press.
19. Hiebert, J., Grouws, D.A. (2017). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Routledge, pp.371-404.
20. Hiebert, J., Lefevre, P. (2014). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An analysis of the problem of learning and teaching. *Educational Psychologist*, 49(2), pp.92-107. <https://doi.org/10.1080/00461520.2014.915225>
21. Krauss, S. (2017). Teachers' conceptualization of constructivist teaching and learning. *Teaching and Teacher Education*, 67, pp.1-14. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.05.010>
22. Kumar, R., Sharma, P. (2019). Digital divide in rural India: Challenges in educational technology integration. *Education and Information Technologies*, 24(3), pp.2009-2024. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09810-9>
23. Leikin, R. (2019). The importance of meaningful learning in mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(7), pp.1052-1065. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1575204>
24. Mullis, I.V.S. (2016). *TIMSS 2015 international results in mathematics*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement.
25. OECD. (2019). *PISA 2018 results (Volume I): What students know and can do*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>
26. Papastergiou, M. (2014). Digital game-based learning in high school computer science education: Impact on educational effectiveness and student motivation. *Computers & Education*, 58(1), pp.112–125. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.08.020>
27. Patton, M.Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods* (4th ed.). SAGE Publications.
28. Rittle-Johnson, B. (2017). Developing conceptual and procedural knowledge in mathematics: An integrated approach. *Journal of Educational Psychology*, 109(5), pp.712-723. <https://doi.org/10.1037/edu0000199>
29. Rittle-Johnson, B., Alibali, M.W. (2017). Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. In L. S. Liben., U. Muller (Eds.), *The Wiley handbook of cognitive development*, pp. 742–762. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118963418.ch36>

30. Sarama, J., Clements, D. H. (2019). Technology-enhanced early mathematics learning. *Early Childhood Research Quarterly*, 46, pp.37-52. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.10.004>
31. Sfard, A. (2014). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
32. Sfard, A. (2017). What could be learned from history of mathematics education? *Educational Studies in Mathematics*, 95(2), pp.131–153. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9766-7>
33. Sfard, A., Linchevski, L. (2020). Constructing meaning for mathematical concepts: The duality of process and object. *Educational Studies in Mathematics*, 102(3), pp.293-311. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09901-9>
34. Smith, J.P. (2019). Dialogue and conceptual understanding in mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(4), pp.579–595. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1536170>
35. Star, J.R. (2018). Constructing a framework for mathematical proficiency: A response to Kilpatrick, Swafford, and Findell's "Adding it up." *Educational Researcher*, 37(1), pp.65–70. <https://doi.org/10.3102/0013189X08318910>
36. Tzuriel, D., Egozi, G. (2020). Social interaction and its effects on mathematical reasoning in children. *Educational Psychology Review*, 32(4), pp.967-991.
37. Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2018). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (10th ed.). Pearson Education.
38. Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. Routledge.
39. Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.