TEACHING THE CONCEPT AND APPLICATIONS OF FRACTIONS AT THE PRIMARY EDUCATION LEVEL

Nabi Mahmudov

Ph.D. in mathematical and physical sciences
E-mail: nabimm@mail.ru
https://orcid.org/0000-0003-4351-9104

Abstract. The article discusses the introduction, teaching, and applications of fractions, including common and decimal fractions, based on the new generation of mathematics textbooks that were introduced in the 2020/2021 academic year. For the first time, the concept of fractions as parts of a whole, the representation of parts as common and decimal fractions, comparison of fractions with equal denominators (or numerators), finding the fraction of a number, calculating the sum and difference of fractions with equal denominators, mixed numbers and their comparison, decimal fractions, and their comparison, sum, and difference have been included in primary school mathematics textbooks. The article explores these concepts and provides relevant suggestions for teaching them. It recommends using the proposed methodology for the introduction and teaching of the concept of fractions and their applications. This approach takes into account the most subtle nuances during the writing of textbooks, such as the selection of theoretical knowledge and exercises, which ultimately contributes to the improvement of textbook quality and ensures that students learn the concepts in an organized manner.
Keywords: addition and subtraction, part, fraction, common and decimal fraction, finding the fraction of a number, comparison of fractions, comparison of fractions with equal denominators, mixed numbers, and decimal fractions.

DOI: 10.30546/2709-2488.3.2024.231.
To cite this article: Mahmudov N. (2024). Teaching the concept and applications of fractions at the primary education level. *Journal of Preschool and Primary Education*, Vol. 248, Issue III, pp. 63-77.
Article history: received – 28.07.2024; accepted – 23.08.2024.

İBTİDAİ TƏHSİL SƏVİYYƏSİNDƏ KƏSR ANLAYIŞININ VƏ TƏTBİQLƏRİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ

Nəbi Mahmudov

Fizika-riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
E-mail: nabimm@mail.ru
https://orcid.org/0000-0003-4351-9104

Annotasiya. Məqalədə 2020/2021-ci tədris ilindən istifadəsinə başlanmış yeni nəsil riyaziyyat dərslikləri əsasında kəsr, adi və onluq kəsr anlayışının daxil edilməsindən, öyrədilməsindən və tətbiqlərindən söhbət gedir. İlk dəfə olaraq, ibtidai sinif riyaziyyat dərsliklərində kəsr anlayışının tamın hissəsi kimi daxil edilməsi, hissənin adi və onluq kəsr şəklində göstərilməsi, məxrəcləri (surətləri) bərabər olan kəsrlərin müqayisəsi, ədədin hissəsinin tapılması, məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin cəminin və fərqinin tapılması, qarışıq ədədlər, onların müqayisəsi, onluq kəsrlər, onların müqayisə edilməsi, cəminin və fərqinin tapılması anlayışlarının daxil edilməsi araşdırılır və tədrisi ilə bağlı müvafiq təkliflər verilir. Kəsr anlayışının daxil edilməsi və tətbiqlərinin öyrədilməsində təklif olunan metodikadan istifadə olunması tövsiyə olunur. Bu yanaşma dərsliklərin yazılması zamanı ən incə nüansların – nəzəri biliklərin və çalışmaların seçilməsinin nəzərə alınmasını, bunlar isə bütövlükdə dərsliklərin keyfiyyətinin yüksəlməsinə və təhsilalanların anlayışları nizamlı şəkildə öyrənmələrinə xidmət edir.

Açar sözlər: toplama və çıxma, hissə, kəsr, adi və onluq kəsr, ədədin hissəsinin tapılması, kəsrlərin müqayisəsi, məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin müqayisəsi, qarışıq ədədlər və onluq kəsrlər.

DOI: 10.30546/2709-2488.3.2024.231.
Məqaləyə istinad: Mahmudov N. (2024). İbtidai təhsil səviyyəsində kəsr anlayışının və tətbiqlərinin öyrədilməsi. *«Məktəbəqədər və ibtidai təhsil»*, № 3 (248), səh. 63-77.
Məqalə tarixçəsi: göndərilib – 28.07.2024; qəbul edilib – 23.08.2024

Giriş / Introduction

Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin "Təhsil millətin gələcəyidir", "Cəmiyyətin gələcək tərəqqisi bir çox cəhətdən indi gənclərimizə nəyi və necə öyrətməyimizdən asılı olacaqdır" kimi dahiyanə fikirləri təhsil idarəedicilərinin daim diqqət mərkəzində olmuş və bu, 2008/2009-cu tədris ilindən ölkəmizin ümumi təhsil məktəblərində yeni təhsil proqramları (kurikulumları) əsasında dərsliklər, metodik vəsaitlər yazılması ilə nəticələnmişdir [Ümumtəhsil məktəblərinin I–IV sinifləri üçün fənn kurikulumları., 2008]. Bu fənn kurikulumları müntəzəm olaraq düzəlişlər edilərək təkmilləşdirilmişdir.

Keçən müddət ərzində təhsil proqramları yenidən işlənmiş, onların, o cümlədən "riyaziyyat" fənn kurikulumunun daha təkmil versiyası yaradılmış [Hüseynzadə G., Abdullayeva S.. Rüstəmova İ., 2020], [İsayev Z., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., 2021], [İsayev Z., Hüseynzadə G., Abdullayeva S. Rüstəmova İ., Qasımova X., 2022], [İsayev Z., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X., 2023] dərslik və metodik vəsaitlərin onlar əsasında tamamilə yenidən yazılması, tələblərə uyğun modernləşdirilməsi məqsədəuyğun sayılmışdır. Bu, 2008-ci ildən ibtidai təhsil səviyyəsində istifadə edilən dərsliklərin, o cümlədən I nəsil riyaziyyat dərsliklərinin 2020/2021-ci tədris ilindən başlayaraq ümumtəhsil müəssisələrinin I siniflərində yenilənmiş təhsil proqramı əsasında yazılmış II nəsil dərslik və metodik vəsaitlərin tətbiq olunmasına start verilməsi ilə nəticələndi [Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Rüstəmova İ., 2020], [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Rüstəmova İ., 2021], [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Rüstəmova İ., Qasımova X., 2022], [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X., 2023].

Əsas mətn/Main part

2020/2021-ci tədris ilindən respublikamızın təhsil müəssisələrinin birinci siniflərində yeni "Riyaziyyat" fənn kurikulumu əsasında tərtib edilmiş dərslik və metodik vəsaitlərdən istifadə olunmasına başlandı [AR ümumi təhsil müəssisələri üçün "Riyaziyyat" fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulum)., 2023].

2023/2024-cü tədris ilində ibtidai təhsil səviyyəsini bitirən təhsilalanların təhsil aldıqları yeni II nəsil – Riyaziyyat 1 (2020), Riyaziyyat 2 (2021), Riyaziyyat 3 (2022), Riyaziyyat 4 (2023) dərslikləri əvvəlki dərsliklərdən əsaslı şəkildə fərqlənir. Yeni dərsliklərdən istifadə olunması isə ibtidai sinif müəllimlərinin müəyyən çətinliklərlə qarşılaşdığını, riyaziyyatın ümumi kursunun əsasını təşkil edən və ibtidai təhsil səviyyəsində öyrədilən anlayışların tədrisi ilə bağlı müvafiq metodik kömək göstərilməsini gündəmə gətirmişdir. Məktəblərdə aparılan monitorinq və sorğuların nəticələrinin təhlili təhsilalanların kəsr anlayışı və onun tətbiqlərinin öyrədilməsində müəyyən çətinliklərin olduğunu üzə çıxarmışdır. Bu isə kəsr anlayışının öyrədilməsi ilə əlaqədar metodik yanaşmaların hazırlanmasını zəruri etmişdir.

Bu baxımdan, məqalədə I–IV sinif riyaziyyat dərsliklərində kəsr, bərabər kəsrlər, məxrəcləri (surətləri) bərabər olan kəsrlərin müqayisəsi, ədədin hissəsinin tapılması, məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin cəminin və fərqinin tapılması, qarışıq ədədlər, onların müqayisəsi, onluq kəsrlər, onların müqayisə edilməsi, cəminin və fərqinin tapılması anlayışlarının daxil edilməsi araşdırılır və tədrisi ilə bağlı müvafiq təkliflər verilir.

Qeyd edək ki, "Ümumtəhsil məktəblərinin I–IV sinifləri üçün fənn kurikulumları"nda kəsr anlayışının öyrədilməsi ilə əlaqədar məsələlər riyaziyyat təliminin məzmununda ibtidai təhsil səviyyəsi üzrə riyaziyyat kursunun "ədədlər və əməllər" məzmun xəttində nəzərdə tutulmuş və həyati təcrübəyə istinadən öyrədilməsi məqsədəuyğun hesab edilmişdir [İsayev Z., Məhərrəmov M. və başqaları., 2018]. Kəsr anlayışının öyrədilməsinə hazırlıq işlərinə I sinifdən başlanılır, II sinifdə davam etdirilir, III sinifdə tamın bərabər hissələri anlayışı ilə daxil edilir, IV sinifdə isə müəyyən tətbiqləri öyrədilir. O cümlədən:

I sinifdə:

1.2.1. ***təhsilalan*** *toplamanı iki qrupun əşyalarının birgə sayılması kimi izah edir və ədəd oxunda irəli saymaq kimi modelləşdirir.*

1.2.6. ***təhsilalan*** *toplama və çıxma əməllərinin komponentləri arasındakı əlaqələrdən hesablamalarda istifadə edir.*

II sinifdə:

1.2.4. ***təhsilalan*** *toplama və çıxma əməllərinin komponentləri arasındakı əlaqəni nümunələrlə izah edir.*

1.2.5. ***təhsilalan*** *vurma və bölmə əməllərinin komponentləri arasındakı əlaqəni nümunələrlə izah edir.*

III sinifdə:

1.1.8. ***təhsilalan*** *tamın hissəsini kəsrlə ifadə edir.*

1.3.7. ***təhsilalan*** *ədədin kəsrlə ifadə olunan hissəsini tapır və məxrəcləri eyni olan kəsrləri müqayisə edir.*

IV sinifdə:

1.1.6. ***təhsilalan*** *sadə kəsrləri modelləşdirir.*

1.1.7. ***təhsilalan*** *məxrəcləri eyni olan kəsrləri müqayisə edir.*

1.1.8. ***təhsilalan*** *kəmiyyətin hissələrini kəsrlərin köməyi ilə təsvir edir.*

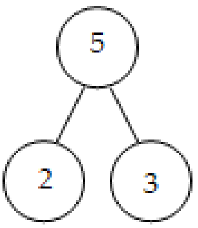
1.1.8. ***təhsilalan*** *məxrəcləri eyni olan kəsrləri toplayır və çıxır.*

1.1.9. ***təhsilalan*** *onluq kəsrləri modelləşdirir, onlar üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.*

Aşağıda alt məzmun standartlarının reallaşdırılması üçün müvafiq təhlil və yanaşma verilir:

Kəsr anlayışının öyrədilməsinə I sinifdən başlanılır. Bu, özünü iki ədəd üzərində toplama və çıxma əməllərinin öyrədilməsi prosesində göstərir. Məsələn, 2 + 3 = 5 bərabərliyində 2 və 3 ədədləri toplanan, 5 ədədi cəm adlanır. Bu ədədlər ədəd üçlüyünü əmələ gətirir və belə işarə edilir (2, 3, 5). Təhsilalanlar ədəd üçlüyü ilə tanış olur, onunla tam və hissə anlayışı arasında əlaqəni öyrənirlər. Müəllim ədəd üçlüyünün komponentlərindən istifadə etməklə, burada qeyd edə bilər: I toplanan (2) cəmin (5) iki hissəsini təşkil edir, riyazi olaraq $\frac{2}{5}$ və II toplanan (3) cəmin (5) üç hissəsini təşkil edir, riyazi olaraq $\frac{3}{5}$ şəklində yazılır. Lakin, müəllim bu fikirdən uzaq dayanır və kəsrlə bağlı anlayışların adını çəkmir.

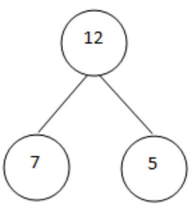
Aşağıda toplama və çıxma əməllərinin tətbiqi ilə məsələlərin həllinə aid nümunələr verilir:



Nümunə 1. *Anar bağdan 2, Aynur isə 3 alma dərdi. Onlar almaları bir qaba qoysalar, neçə alma olar?* [Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Rüstəmova İ., 2020].

Aydındır ki, təhsilalanlar məsələnin həlli zamanı əvvəlcə qaba qoyulan almaların sayını tapır (2 + 3 = 5), sonra isə ədəd üçlüyünü müəyyən edirlər: (2, 3, 5).

Bundan sonra müəllim: 1) Anarın bağdan dərdiyi alma, almaların hansı hissəsini təşkil edir? sualını verməklə "5-in 2 hissəsi", 2) Aynurun bağdan dərdiyi alma, almaların hansı hissəsini təşkil edir? sualını verməklə "5-in 3 hissəsi" cavabını ala bilərdi.



Nümunə 2. *Bidonda 12ℓ süd var idi. Bidondakı südün 7 litrini vedrəyə boşaltdılar. Bidonda neçə litr süd qaldı?* [Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Rüstəmova İ., 2020].

Təhsilalanlar bidonda neçə litr süd qaldığını tapmaq üçün südün ümumi kütləsindən (12ℓ-dən) vedrəyə tökülən südün kütləsini (7ℓ-i) çıxır, bidonda qalan südün kütləsini tapır: 12 – 7 = 5 (ℓ) və ədəd üçlüyünü təyin edirlər: (12, 7, 5).

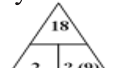
Müəllim ədəd üçlüyünün təyinindən sonra onlara suallarla müraciət edir:

– Bidonda olan südün hansı hissəsi vedrəyə boşaldıldı?
– Təhsilalan: 12-nin 7 hissəsi.
– Bidonda südün hansı hissəsi qaldı?

– Təhsilalan: 12-nin 5 hissəsi cavabını verə bilərdi.

Müəllim haqlı olaraq nümunə 1 və nümunə 2 ilə bağlı təhsilalanlara, onların anlama səviyyəsinə uyğun olmayan bu tip sualların verilməsini məqsədəuyğun hesab etmir.

II sinifdə kəsr anlayışının öyrədilməsi prosesinə hazırlıq mərhələsi davam etdirilir. Təhsilalanlar toplama və çıxma ilə bağlı bilik səviyyəsini genişləndirir, bacarıqlarını artırır, eyni zamanda vurma və bölmə əməlləri ilə tanış olur, onların komponentləri arasında əlaqələri öyrənir və beləliklə, kəsr anlayışının öyrədilməsinə hazırlanırlar.



Nümunə 3. *Mağazada 18 kq pomidor var idi. Bu pomidorları çəkisinə görə iki eyni yeşiyə yığdılar. Hər yeşikdə neçə kiloqram pomidor oldu?* [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Rüstəmova İ., 2021]. Müəllim məsələni həll etmək üçün təhsilalanlara ədəd üçlüyünü müəyyən etməyi təklif edir. Təhsilalanlar hər yeşiyə 9 kq pomidor yığıldığını tapır: 18 : 2 = 9 və ədəd üçlüyünü təyin edirlər: **2, ?, 18**. Bu ədəd üçlüyündə **?** işarəsinin yerinə 9 yazılır. Təhsilalanlar məsələnin həlli prosesində vurma və bölmə əməllərinin komponentləri arasındakı əlaqələri mənimsəyir və əldə etdikləri bilikdən məsələ həllində istifadə edirlər.

III sinifdə **kəsr** anlayışının öyrədilməsinə **tam və bərabər hissələr** anlayışlarından istifadə edilməklə başlanılır. Kəsr tamın bərabər hissəsi kimi modelləşdirilir. İstifadə olunan dərslikdən əvvəlki dərslikdə kəsr anlayışı düzbucaqlının iki bərabər hissəyə ayrılması, bir hissəsinin rənglənməsi və rənglənmiş hissənin – “iki bərabər hissədən biri” $\frac{1}{2}$ şəklində təsvir olunduğu və sözlə “ikidə bir” kimi oxunduğu diqqətə çatdırılır. O zaman kəsr anlayışının daxil edilməsinə $\frac{1}{2}$ (ikidə bir)in öyrədilməsi ilə başlanmasını məqsədəuyğun hesab etmişdik. Çünki, ilk həll ediləcək məsələnin sadə və həyati məzmunlu olması anlayışın asan başa düşülməsini şərtləndirir. Məsələn, müəllimin sinfə bir alma gətirməsi, onu iki bərabər hissəyə bölməsi, alınan hər bir hissənin almanın yarısı olduğunu deməsi (təhsilalanlar “yarım”, “yarısı” anlayışını daha aydın başa düşürlər, nəinki düzbucaqlının yarıya bölünməsini) və bu hissələrin hər birinin (almanın yarısının) riyazi olaraq $\frac{1}{2}$ şəklində yazıldığını və “ikidə bir” kimi oxunduğunu söyləməsi metodik baxımdan daha uğurlu hesab olunur.

Hazırda istifadə olunan III sinif riyaziyyat dərsliyində kəsr anlayışının dairənin iki bərabər hissəyə bölünməsi, bir hissəsinin rənglənməsi və rənglənmiş hissənin dairənin yarısını təşkil etdiyi, yarımdairənin riyazi olaraq $\frac{1}{2}$ şəklində verilməsi (**ikidə bir** kimi oxunması) təqdirə layiq olardı. Müəllim kəsrin tərifini, onun surət və məxrəcinin, kəsr xəttinin nəyi bildirdiyini söyləyir. Burada müəllim təhsilalanların bölmə əməli ilə tanışlığını nəzərə alaraq, 1:2 nisbətinin $\mathbf{1 : 2 = \frac{1}{2}}$ kimi yazılmasını (ümumi şəkildə ***m:n*** nisbətinin $m : n = \frac{m}{n}$ kimi verilməsi, ***m***-in bölünəni, ***n***-in böləni, kəsr xəttinin isə bölmə əməlini bildirdiyini) qeyd edə bilərdi. Eyni zamanda dərslikdə “Kəsrlər **kəsr xətti** ilə yazılır” cümləsinin “**İki ədədin nisbəti kəsr xəttindən istifadə edilməklə yazılır”** şəklində verilməsi daha münasib hesab edilir.

Nümunə 4. *Kəsrləri yazın və ədəd oxunda təsvir edin* [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Rüstəmova İ., Qasımova X., 2022].

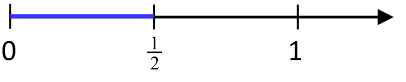
a) ikidə bir b) onda yeddi c) yeddidə dörd d) altıda beş

Əvvəlcə sözlə verilmiş kəsrləri rəqəmlərdən istifadə etməklə yazaq:

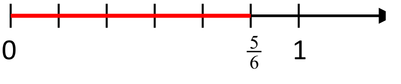
ikidə bir – $\frac{1}{2}$ onda yeddi – $\frac{7}{10}$ yeddidə dörd – $\frac{4}{7}$ altıda beş – $\frac{5}{6}$

İndi isə $\frac{1}{2}$ və $\frac{5}{6}$ kəsrlərinin ədəd oxu üzərində təsvir etdiyi parçaları quraq.

a) $\frac{1}{2}$ kəsrinin təsvir etdiyi parça vahid uzunluqlu parçanın yarısına bərabərdir:



b) $\frac{5}{6}$ kəsrinin təsvir etdiyi parça vahid uzunluqlu parçanın altı bərabər hissəyə bölünməsindən alınan hissələrin beşinə bərabərdir:



III sinif riyaziyyat dərsliyinin 2-ci hissəsinin 42–43-cü səhifələri **ədədin hissəsinin tapılmasına** həsr edilmişdir. Təhsilalanların ədədin hissəsinin tapılması qaydasını anlaması üçün əyani vəsaitdən istifadə edilməsi metodik baxımdan uğurlu hesab olunur. Məsələn, müəllim İT vasitəsi ilə lövhədə kütləsi 1 kq olan tort təsviri göstərir və “onun yarısı neçə qramdır?” sualı ilə sinfə müraciət edir. Təhsilalanlar həmin anda 1 kq-ı (1000 q) 2-yə bölüb, yarım kiloqram tortun kütləsinin 500 q olduğunu müəyyən edir. Müəllim sinfə “**tortu dörd bərabər hissəyə bölüb onun iki hissəsinin neçə qram olduğunu tapın”** tapşırığını verdikdə, təhsilalanlar yenə də 500 q cavabını verir. Müəllimin **nə üçün?** sualına cavab: $\frac{1}{2}$ və $\frac{2}{4}$ kəsrləri bərabər olduğu üçün, nəticələr də eyni (500 q) alınır:

Müəllim 1 kq (1000 q)-ın $\frac{1}{2}$ və $\frac{2}{4}$ hissəsinin tapılmasını riyazi olaraq yazır:

$1000 : 2 \cdot 1 = 500 \cdot 1 = 500$ $1000 : 4 \cdot 2 = 250 \cdot 2 = 500.$

Alınan cavabdan bu nəticəyə gəlirik ki, ***ədədin kəsrlə ifadə olunan hissəsini tapmaq üçün həmin ədədi kəsrin məxrəcinə bölmək və alınan qisməti kəsrin surətinə vurmaq lazımdır.***

Bu qaydanı mənimsədikdən (anladıqdan) sonra onun tətbiq edilməsinə başlamaq olar.

Nümunə 5. *Sinifdə təhsil alan 28 şagirdin $\frac{3}{7}$ hissəsi fənn olimpiadalarında iştirak etmişdir. Neçə nəfər olimpiadada iştirak etmişdir?* [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Rüstəmova İ., Qasımova X., 2022].

Aydındır ki, 28-in $\frac{3}{7}$ hissəsini tapmaq üçün qaydaya əsasən, 28-i 7-yə bölmək və alınan qisməti 3-ə vurmaq lazımdır: $28 : 7 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$.

Cavab: 12 nəfər.

III siniflər üçün riyaziyyat dərsliyinin 44-45 səhifələri kəsrin bərabər kəsrlə əvəz edilməsinə və kəsrlərin müqayisəsinə həsr edilmişdir.

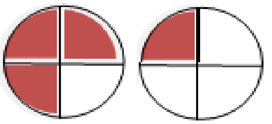
Əvvəlcə, kəsrin ona bərabər kəsrlə əvəz edilməsini nəzərdən keçirək. Dərslikdə bərabər kəsrlər "tamın eyni hissələrini göstərən kəsrlər bərabər kəsrlər adlanır" şəklində verilir. Burada tam dedikdə 1 (vahidin) (məsələn, 1 almanın, yoxsa 2, 3, 5 almanın) bərabər hissələrinin nəzərdə tutulduğuna diqqət yetirilməsini məqsədəuyğun hesab edirik. Kəsrin özünə bərabər kəsrlə əvəz edilməsi kəsrin əsas xassəsinin öyrədilməsinə hazırlıq məqsədi daşıyır. Verilmiş kəsrə bərabər kəsrlər bu kəsrin surət və məxrəcinin eyni zamanda sıfırdan fərqli tam (natural) ədədə vurulması ilə alınır. Məsələn, aşağıda $\frac{1}{2}$ kəsrinə bərabər olan kəsrlərin alınması verilir:

$$\frac{1}{2}=\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}=\frac{1\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{1\cdot 8}{2\cdot 8} \text{ və ya } \frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{5}{10}=\frac{8}{16}$$

Nümunədən göründüyü kimi, ***bərabər kəsrlərin hər birinin surəti məxrəcinin yarısına bərabərdir.***

İndi kəsrlərin müqayisə edilməsi anlayışını öyrənmək olar. Kəsrlərin müqayisəsi anlayışını, xüsusi halda, iki kəsrin müqayisə edilməsi fonunda metodik baxımdan aşağıdakı ardıcıllıqla öyrədilməsini məqsədəuyğun hesab etmək olar:

1. məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin müqayisəsi;
2. surətləri bərabər olan kəsrlərin müqayisəsi;
3. kəsrin özünə bərabər kəsrlə əvəz edilməsi;
4. surət və məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlərin müqayisəsi;



$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$

Məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin müqayisəsi. Məxrəcləri bərabər olan iki kəsri müqayisə etmək üçün təhsilalanlara iki eyni radiuslu dairə çəkməyi, onların hər birini 4 bərabər hissəyə ayırmağı, birinin 3, digərinin 1 hissəsini rəngləməyi və rənglənmiş hissələri müqayisə etməyi tapşırmaq olar.

Təhsilalanlar tapşırığı icra edir, birinci dairənin 3 hissəsinin ikinci dairənin 1 hissəsindən böyük olduğunu müəyyən edirlər: $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$.

Deməli, ***məxrəcləri bərabər olan iki kəsrdən surəti böyük olan kəsr böyükdür (məxrəcləri bərabər olan iki kəsrdən surəti kiçik olan kəsr kiçikdir)***:

$\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$ $(\frac{1}{4} < \frac{3}{4})$.

Məxrəcləri bərabər olan $\frac{2}{5}$ və $\frac{3}{5}$ kəsrlərini müqayisə edək. Əvvəlcə, onları düzbucaqlı üzərində təsvir edək. Düzbucaqlıları 5 bərabər hissəyə ayıraq, birinci (soldakı) düzbucaqlının 2, ikinci (sağdakı) düzbucaqlının 3 hissəsini rəngləyək və rənglənmiş hissələri müqayisə edək.

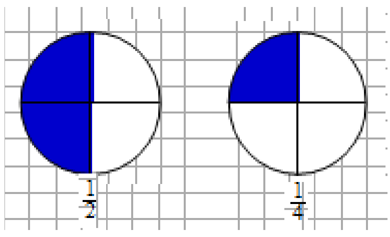
$\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$

Təsvirlərdən əyani olaraq $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$ olduğu görünür.

Nümunə 6. Lalə, Samir və Səbinə oxumaq üçün kitabxanadan eyni kitab götürdülər. Lalə kitabın $\frac{1}{2}$ hissəsini, Samir $\frac{3}{8}$ hissəsini, Səbinə isə $\frac{7}{8}$ hissəsini oxudu. Uşaqları oxuduqları hissələrə görə çoxdan aza doğru sıralayın [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X., 2023]. Hissələri sıralamaq üçün əvvəlcə onların məxrəclərini eyniləşdirək. Aydındır ki, $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$.

Oxunan hissələr $\frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{7}{8}$. Bu hissələr çoxdan aza $\frac{7}{8}, \frac{4}{8}, \frac{3}{8}$ və ya $\frac{7}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$. kimi sıralana bilər.

Hissələrə uyğun olaraq uşaqlar, Səbinə, Lalə, Samir ardıcıllığı ilə sıralanır.



Surətləri bərabər olan kəsrlərin müqayisəsi. Surətləri bərabər olan kəsrləri müqayisə etmək üçün təhsilalanlara dəftərdə iki eyni (bərabər) radiuslu dairə çəkmək, onların hər birini 4 bərabər hissəyə ayırmaq, birinci dairənin $\frac{1}{2}$ $(\frac{2}{4} = \frac{1}{2})$, ikinci dairənin $\frac{1}{4}$ hissəsini rəngləmək və müqayisə etmək təklif olunur. Bu hissələrdən hansı böyük, hansı kiçikdir?

Təhsilalanlar dairələr çəkir, onları 4 bərabər hissəyə ayırır. Birinci dairənin yarısını (iki hissəsini), ikinci dairənin dörddən bir hissəsini rəngləyir və rənglənmiş hissələri müqayisə edir. Təhsilalanlar birinci dairənin yarısının ($\frac{1}{2}$ hissəsinin) ikinci dairənin $\frac{1}{4}$ hissəsindən böyük olduğunu deyirlər: $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$.

Buradan belə nəticəyə gəlirik: ***surətləri eyni olan iki kəsrdən məxrəci kiçik olan kəsr böyük ($\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$), surətləri eyni olan iki kəsrdən məxrəci böyük olan kəsr kiçikdir: $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$.***

Surətləri və məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlərin müqayisəsi. Surətləri və məxrəcləri bərabər olmayan kəsrləri müqayisə etmək üçün iki qaydadan istifadə olunur: verilən kəsrlərin ya məxrəcləri, ya da surətləri bərabərləşdirilir, sonra isə qayda tətbiq edilir.

a) surətləri fərqli olub, məxrəcləri müxtəlif olan kəsrləri müqayisə etmək üçün əvvəlcə, onların məxrəcləri bərabərləşdirilir, sonra isə məxrəcləri bərabər olan kəsrlər kimi müqayisə edilir.

Misal 1. $\frac{2}{3}$ və $\frac{5}{6}$ kəsrlərini məxrəclərini bərabərləşdirməklə müqayisə edin.

Bu kəsrləri nəzərdən keçirdikdə görürük ki, ikinci kəsrin məxrəci birinci kəsrin məxrəcinin bölünənidir və 6 : 3 = 2. Birinci kəsrin surət və məxrəcini 2-yə vurduqda məxrəci ikinci kəsrin məxrəcinə (6-ya) bərabər olan $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$ kəsri alınır. Məxrəcləri bərabər olan iki kəsrdən surəti kiçik olan kəsr kiçik olduğu üçün $\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$ yazırıq. Bu bərabərsizliyə əsasən, $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ olduğu alınır.

b) məxrəcləri fərqli olub, surətləri bərabər olmayan kəsrləri müqayisə etmək üçün əvvəlcə onların surətlərini bərabərləşdirmək, sonra isə surətləri bərabər olan kəsrlər kimi müqayisə etmək lazımdır.

Misal 2. $\frac{2}{3}$ *və* $\frac{5}{6}$ *kəsrlərini surətlərini bərabərləşdirməklə müqayisə edin.*

Kəsrlərin surətlərini bərabərləşdirmək üçün $\frac{2}{3}$ kəsrinin surət və məxrəcini $\frac{5}{6}$ kəsrinin surətinə, $\frac{5}{6}$ kəsrinin surət və məxrəcini isə $\frac{2}{3}$ kəsrinin surətinə vurmaq lazımdır. Bu zaman aşağıda verilən surətləri bərabər kəsrlər alınır:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} \text{ və } \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

Surətləri bərabər olan iki kəsrdən məxrəci böyük olan kəsr kiçik olduğu üçün $\frac{10}{15} < \frac{10}{12}$ olacaqdır. Deməli, $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$. Hər iki halda, $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ olduğu alınır.

Surət və məxrəcləri müxtəlif olan iki kəsrin iki halda müqayisə edilməsi təhsilalanlar tərəfindən daha yaxşı anlaşılır və bu yanaşmanı effektiv hesab edirik.

III sinif riyaziyyat dərsliyinin 45-ci səhifəsində tamın eyni (bərabər) hissələrini göstərən kəsrlər bərabər kəsrlər adlandırılır və kəsr zolaqlarından istifadə etməklə verilmiş kəsrə bərabər kəsrlərin alınmasına aid çalışmalar verilir.

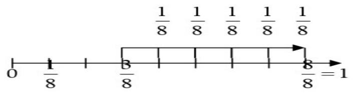
Bərabər kəsrlər. *Kəsrin surət və məxrəcini sıfırdan fərqli, eyni tam (natural) ədədə vurduqda və ya böldükdə həmin kəsrə bərabər kəsr alınır.*

4-cü sinif riyaziyyat dərsliyində a) kəsrin surət və məxrəcinin eyni ədədə (2-yə) vurulması nəticəsində $\frac{2}{3}$ kəsrindən ona bərabər olan $\frac{4}{6}$ kəsrinin ($\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$);

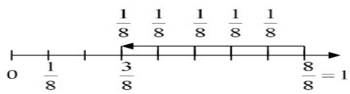
b) kəsrin surət və məxrəcinin eyni ədədə (2-yə) bölünməsi nəticəsində isə $\frac{4}{6}$ kəsrindən ona bərabər olan $\frac{2}{3}$ kəsrinin ($\frac{4}{6} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$) alınması şəklində verilir.

Dərslikdə izah olunanların təcrübi olaraq eyni misal üzərində göstərilməsi metodik baxımdan daha uğurlu olardı. Məsələn, $\frac{2}{3}$ kəsrindən $\frac{4}{6}$ və əksinə alınmasını: $\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{4}{6}$ və $\frac{4}{6}=\frac{4:2}{6:2}=\frac{2}{3}$

Məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin ədəd oxu üzərində cəminin və fərqinin tapılmasına baxaq:



$$\frac{3}{8}+\frac{5}{8}=\frac{3+5}{8}=\frac{8}{8}=1$$



$$1-\frac{5}{8}=\frac{8}{8}-\frac{5}{8}=\frac{8-5}{8}=\frac{3}{8}$$

Nümunə 7. *Azər birinci saatda yolun $\frac{2}{7}$ hissəsini, ikinci saatda $\frac{3}{7}$ hissəsini getməyi planlaşdırdı. Azər üçüncü saatda yolun hansı hissəni getməli idi?* [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X., 2023].

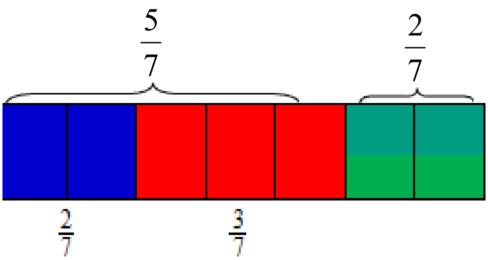
Məsələni həll etmək üçün əvvəlcə yolun 1 tam hissə olduğu və onun 7 bərabər hissəyə bölündüyü aydınlaşdırılır: $1=\frac{7}{7}$.

Məsələni planla həll edək.

1. Azər birinci və ikinci saatda birlikdə yolun hansı hissəsini getdi?

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}.$$

2. Azər üçüncü saatda yolun hansı hissəsini getməli idi?



$$1-\frac{5}{7}=\frac{7}{7}-\frac{5}{7}=\frac{7-5}{7}=\frac{2}{7}$$

Cavab: $\frac{2}{7}$ hissə.

Buradan aşağıdakı qaydalar alınır:

1) Məxrəcləri bərabər olan kəsrləri toplamaq üçün onların surətlərini toplayıb surətdə yazmaq, məxrəci isə olduğu kimi məxrəcdə yazmaq lazımdır, məsələn, $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$.

2) Məxrəcləri bərabər olan kəsrləri çıxmaq üçün azalanın surətindən çıxılanın surətini çıxıb surətdə yazmaq, məxrəci isə olduğu kimi məxrəcdə saxlamaq lazımdır, məsələn, $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$.

Qarışıq ədədlər. Tam və kəsr hissədən ibarət ədədlər qarışıq ədədlər adlanır. Məsələn, Rəsul 1 saat yarım idmanla məşğul oldu. 1 saat yarım qarışıq ədəd şəkilndə $1\frac{1}{2}$ saat kimi, 1 ədədi ilə yarım saatı bildirən $\frac{1}{2}$ kəsrinin cəmi şəklində ($1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$) yazılır və **bir tam ikidə bir** kimi oxunur. Qarışıq ədədlər üzərində müəyyən əməliyyatlar aparıla bilər. Burada qarışıq ədədlərin müqayisə edilməsini verməklə kifayətlənirik. Qarışıq ədədləri müqayisə etmək üçün əvvəlcə onların tam, sonra isə kəsr hissələrinə baxılır.

Tam və kəsr hissələri bərabər olan qarışıq ədədlər bərabərdir. Məsələn, $1\frac{1}{2}$ və $1\frac{4}{8}$ qarışıq ədədlərinin həm tam, həm də kəsr hissələri bərabərdir: 1 = 1 və $\frac{1}{2}$ $=\frac{4}{8}$. Qaydaya görə $1\frac{1}{2}=1\frac{4}{8}$.

Tam hissəsi böyük olan qarışıq ədəd böyükdür. Məsələn, $3\frac{3}{5}$ ədədinin tam hissəsi $2\frac{4}{5}$ ədədinin tam hissəsindən böyük (3 > 2) olduğu üçün $3\frac{3}{5}>2\frac{4}{5}$.

Tam hissələri bərabər olan iki qarışıq ədəddən kəsr hissəsi böyük olan böyükdür. Məsələn, $2\frac{4}{5}$ və $2\frac{3}{5}$ ədədlərinin tam hissələri 2 = 2, kəsr hissələri $\frac{4}{5}>\frac{3}{5}$ şərtini ödədiyi üçün $2\frac{4}{5}>2\frac{3}{5}$.

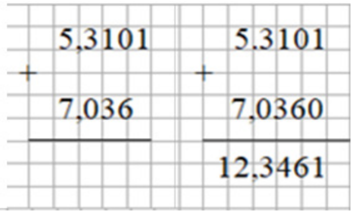
Onluq kəsrlər. Müəllim məxrəcləri 10 və 10-un qüvvətlərindən ibarət (10^2=100, 10^3=1000,...) adi kəsrlər yazır ($\frac{2}{10}$, $\frac{13}{100}$, $\frac{14}{1000}$, $1\frac{1}{10}$, $7\frac{16}{100}$, $12\frac{18}{1000}$,...) və bu adi kəsrlərin onluq kəsr adlandığını, riyazi olaraq 0,2; 0,13; 0,014; 1,1; 7,16; 12,018;... şəklində yazıldığını söyləyir, onluq kəsrin yazılışında vergüldən sağda 1-ci rəqəmin ondabirləri, 2-ci rəqəmin yüzdəbirləri, 3-cü rəqəmin mindəbirləri,... bildirdiyini diqqətə çatdırır.

Onluq kəsrlərin müqayisəsi. Praktikada ədədlərin müqayisə edilməsi həyata keçirilir. Məsələn, çağırışaqədər hazırlıq rəhbəri təlim zamanı təhsilalanlara boy sırasına görə düzlən! əmrini verir. Bu zaman təhsilalanlar boylarının azalması istiqamətində düzülürlər. Bu düzülüş onların böyunun uzunluq vahidi ilə ölçülməsi nəticəsində alınan ədədlərin müqayisə edilməsi ilə müəyyən olunur. Bu zaman üç hala rast gəlinir. Təhsilalanların hündürlükləri bərabərdir və ya müxtəlifdir (böyükdür, kiçikdir). Müqayisə onların boyuna uyğun ədədlər üzərində aparılır:

İki onluq kəsrdən tam hissəsi böyük olan onluq kəsr böyükdür. Məsələn, 16,2013 və 12,2014 onluq kəsrlərindən 16,2013 kəsrinin tam hissəsi 12,2014 kəsrinin tam hissəsindən böyük (16 > 12) olduğu üçün 16,2013 ədədi 12,2014 ədədindən böyükdür, yəni: 16,2013 > 12,2014.

Tam və kəsr hissələri bərabər olan iki onluq kəsr bərabərdir. Məsələn, 7,86 və 7,86 ədədlərinin tam və kəsr hissələri bərabərdir: 7 = 7 və 0,86 = 0,86. Deməli, 7,86 = 7,86.

Tam hissələri bərabər olan iki onluq kəsrdən kəsr hissəsi kiçik olan onluq kəsr kiçikdir. Məsələn, 16,2013 və 16,2014 onluq kəsrlərinin tam hissələri bərabərdir (16 = 16). Lakin birinci onluq kəsrin kəsr hissəsi ikinci onluq kəsrin kəsr hissəsindən kiçikdir (0,201**3** < 0,201**4**). Ona görə də birinci ədəd ikincidən kiçikdir: 16,2013 < 16,2014.



Onluq kəsrlərin toplanması və çıxılması. Onluq kəsrləri toplamaq üçün aşağıdakı alqoritmdən istifadə edilir:

1) onluq kəsrlər vergül vergülün altına düşməklə alt-alta yazılır;

2) onluq işarələrin sayı bərabərləşdirilir, onluq işarələri az olan ədədin sağ tərəfinə sonuncu onluq işarədən sonra 0 (sıfırlar) əlavə olunur;

3) çoxrəqəmli tam (natural) ədədlər kimi toplanılır;

4) cəmdə vergül vergüllərin altında yazılır.

Qeyd. Onluq kəsrlərin çıxılması onların toplanması qaydasına analoji olaraq aparılır. Bu zaman 1-ci və 2-ci bəndlər olduğu kimi icra edilir, 3-cü bənddə *toplama* əməli *çıxma* əməli ilə əvəz edilir, alınan cavab *fərq* adlanır.

Adi və onluq kəsrlər üzərində hesab əməlləri icra olunur. Bu zaman onlardan biri digəri ilə ifadə edilir və əməliyyat yerinə yetirilir.

Nümunə 8. [İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X., 2023]. Adi kəsrləri onluq kəsr şəklində yazın və fərqi tapın.

$\frac{45}{100} - 0{,}3$ fərqini tapmaq üçün:

1) $\frac{45}{100}$ adi kəsri 0,45 onluq kəsri şəklində yazılır;

2) alınan 0,45 kəsri ilə 0,3 kəsri vergül vergülün altına düşməklə alt-alta yazılır;

3) 0,3 onluq kəsrində onluq işarələrin sayı 0 (sıfır) rəqəmindən istifadə etməklə bərabərləşdirilir və 0,30 şəklinə gətirilir;

4) 0,45 ədədindən 0,30 ədədi çıxılır;

5) alınan fərqdə vergüllərin altında vergül yazılır:

$$\frac{45}{100} - 0{,}3 = 0{,}45 - 0{,}3 = 0{,}45 - 0{,}30 = 0{,}15 \text{ və ya } \frac{45}{100} - 0{,}3 = \frac{45}{100} - \frac{3}{10} = \frac{45}{100} - \frac{30}{100} = \frac{45-30}{100} = \frac{15}{100}$$

Müəllimin onluq kəsrlərin toplanması və çıxılması zamanı yuxarıda verilən alqoritmdən istifadə etməsi təhsilalanların qaydanı anlamalarını və onu düzgün tətbiq etmələrini təmin edir.

Nəticə / Conclusion

Alt məzmun standartının reallaşdırılması (mövzunun izahı) və tapşırıqların düzülüşü zamanı didaktik prinsiplərin gözlənilməsi, sadədən mürəkkəbə, asandan çətinə prinsipi ilə düzülməsini, bərabər kəsrlərin alınmasını $\frac{1}{2}$ kəsri əsasında dairə təsvirindən istifadə edərək əyani şərh edilməsini, həmçinin ədədin hissəsinin tapılması ilə bağlı çalışmaların tərtibi və düzülüşü zamanı aşağıdakı alqoritmə əməl olunmasını əhəmiyyətli hesab edirik:

- ədədin yarısının ($\frac{1}{2}$ hissəsinin) tapılmasına aid çalışmalar;
- ədədin $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ..., $\frac{1}{n}$ ("**n-**də **1**") hissəsinin tapılmasına aid çalışmalar;
- ədədin müəyyən ($\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, ..., $\frac{m}{n}$, $m < n$) hissəsinin tapılmasına aid çalışmalar;
- nisbətən mürəkkəb tipli çalışmalar.

Biz tərtib olunan çalışmaların yuxarıdakı ardıcıllıq gözlənilməklə verilməsini metodik baxımdan düzgün hesab edirik və bu, onların gözlənilən təlim nəticələri baxımından təhsilalanlar tərəfindən daha asan mənimsənilməsinə kömək edir.

Yuxarıda verilən mülahizələri ümumiləşdirərək təklif edirik:

1. dərslik və müəllim üçün metodik vəsaitdə kəsr anlayışının hissə anlayışının daxil edilməsi ilə öyrədilməsini;
2. çalışmaların alt məzmun standartlarının reallaşmasına xidmət etmək baxımından tərtib olunmasını və seçilməsini;
3. çalışmaların asandan çətinə, sadədən mürəkkəbə doğru yerləşdirilməsini;
4. ədədin hissəsinin tapılması ilə bağlı ilk həll ediləcək çalışmanın "ədədin ($\frac{1}{2}$ hissəsinin (yarısının)" tapılmasına aid olmasını;
5. xüsusi istedadı ilə fərqlənən təhsilalanlara fərdi yanaşma əsasında ədədin $\frac{m}{n}$ ($m<n$, $n>2$) hissəsinin tapılmasının öyrədilməsini.
6. ibtidai siniflərdə fənn müəllimlərinin ibtidai sinif müəllimi ilə birlikdə işləməsini (alt məzmun standartları ilə yaxından tanış olmasını) məqsədəuyğun hesab edirik.

Məqalənin aktuallığı. Məqalə ibtidai siniflərdə yeni nəsil riyaziyyat dərslikləri əsasında kəsr anlayışının hissə anlayışı ilə daxil edilməsinin, adi kəsrin özünə bərabər kəsr ilə ifadə olunmasının, məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin və qarışıq ədədlərin müqayisəsinin, toplanması və çıxılmasının, ədədin hissəsinin tapılmasının, onluq kəsrlərin müqayisəsinin öyrədilməsinə və tətbiqinə həsr edilmişdir.

Məqalənin elmi yeniliyi. Məqalədə ibtidai təhsil səviyyəsində kəsr anlayışının tamın yarısının tapılması ilə daxil edilməsi və tətbiqlərinin nümunələr əsasında öyrədilməsi metodikası təklif olunur. Bu yanaşma kəsr anlayışının və tətbiqlərinin çox sadə şəkildə məntiqi ardıcıllıqla öyrədilməsi zamanı təhsilalanlarda öyrənməyə motivasiya yaradır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti. Kəsr anlayışının daxil edilməsi və tətbiqlərinin öyrədilməsində təklif olunan metodikadan istifadə olunması dərslik yazanların dərsliklərin işlənməsinə, biliyin anlaşılan şəkildə verilməsinə və çalışmaların seçilməsinə diqqətlə yanaşmalarını diqtə edir. Bu isə müəllimin peşəkarlıq səviyyəsinin və təhsilin keyfiyyətinin yüksəlişinə müsbət təsir göstərir.

İstifadə olunmuş ədəbiyyat / References

1. Azərbaycan Respublikasının ümumi təhsil sistemində Qiymətləndirmə Konsepsiyası. Bakı, 13 yanvar, 2009-cu il.
2. Azərbaycan Respublikasında təhsilin inkişafı üzrə Dövlət Strategiyası. Bakı, 19 yanvar, 2015-ci il.
3. Ümumtəhsil məktəblərinin I-IV sinifləri üçün fənn kurikulumları. (2008). Bakı.
4. İsayev Z., Məhərrəmov M. və başqaları. (2018). Riyaziyyat 3. 3-cü sinif üçün dərslik. Bakı, "Radius MMC, II hissə 84 səh.
5. Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Rüstəmova İ. (2020). Riyaziyyat 1. 1-ci sinif üçün dərslik. Bakı, "Radius". I hissə 96 s., II hissə 80 s.
6. Hüseynzadə G., Abdullayeva S.. Rüstəmova İ. (2020). Riyaziyyat 1. (metodik vəsait). Bakı, "Radius", 178 s.
7. İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Rüstəmova İ. (2021). Riyaziyyat 2. (dərslik). Bakı, "Radius". I hissə 88 s., II hissə 80 s.
8. İsayev Z., Hüseynzadə G., Abdullayeva S. (2021). Riyaziyyat 2. (metodik vəsait). Bakı, "Radius". 179 s.
9. İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Rüstəmova İ., Qasımova X. (2022). Riyaziyyat 3. (dərslik). Bakı, "Radius". I hissə 92 s., II hissə 84 s.
10. İsayev Z., Hüseynzadə G., Abdullayeva S. Rüstəmova İ., Qasımova X. (2022). Riyaziyyat 3. (metodik vəsait). "Radius", I hissə 108 s., II hissə 84 s.
11. İsayev Z., Məhərrəmov M., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X. (2023). Riyaziyyat 4. (dərslik). Bakı, "Radius". I hissə 108 s., II hissə 84 s.
12. İsayev Z., Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X. (2023). Riyaziyyat 4. (metodik vəsait). Bakı, "Radius", 205 s.
13. Mahmudov N.M. (2020) İbtidai siniflərdə məsələ həllinin öyrədilməsi metodikası. Bakı, "Müəllim", 180 s.